



Arhitectura sistemelor de calcul

- Prelegerea 4 -

Reprezentarea numerelor în calculator

Ruxandra F. Olimid

Facultatea de Matematică și Informatică

Universitatea din București

Cuprins

1. Recapitulare

1. Baze de numerație
2. Transformări dintr-o bază în alta

2. Reprezentarea numerelor în calculator

1. Numere cu semn și numere fără semn
2. Reprezentarea în complement față de 2
3. Reprezentarea în virgulă mobilă

3. MIPS32

Exemple de instrucțiuni

Sistemul binar

➤ *Întrebare:* Care este reprezentarea lui 21 în binar (bază 2)?

➤ *Răspuns:* $21 = 10101_{(2)}$

...	16 (2^4)	8 (2^3)	4 (2^2)	2 (2^1)	1 (2^0)
21 =	16		+4		+1
	1	0	1	0	1

➤ *Întrebare:* Care este reprezentarea lui $11011_{(2)}$ în zecimal (bază 10)?

➤ *Răspuns:* $11011_{(2)} = 27$

...	16 (2^4)	8 (2^3)	4 (2^2)	2 (2^1)	1 (2^0)
	1	1	0	1	1
27 =	16	+8		+2	+1

Reprezentarea în calculator

- *Întrebare:* Care este dimensiunea regiștrilor generali pentru un procesor pe 32 de biți (ex. MIPS32)?
- *Răspuns:* 32 de biți
- *Întrebare:* Cum se va reprezenta deci numărul 21 dacă este introdus într-un registru general?
- *Răspuns:* Se completează până la 32 de biți cu 0 la stânga:

b31	b30	b29	...	b9	b8	b7	b6	b5	b4	b3	b2	b1	b0
0	0	0	0...0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1

Reprezentarea în calculator

b31	b30	b29	...	b9	b8	b7	b6	b5	b4	b3	b2	b1	b0
0	0	0	0...0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1

- *Bitul cel mai semnificativ* (*msb* = *most significant bit*) este bitul cel mai din stânga; (bitul 31, cu valoarea 0 în exemplul de mai sus)
- *Bitul cel mai puțin semnificativ* (*lsb* = *least significant bit*) este bitul cel mai din dreapta; (bitul 0, cu valoarea 1 în exemplul de mai sus)
- *Întrebare:* Care este ponderea *msb* (în puterile lui 2)?
- *Răspuns:* 2^{31}
- *Întrebare:* Care este ponderea *lsb* (în puterile lui 2)?
- *Răspuns:* 2^0

MIPS32

- *Întrebare:* Ce instrucțiuni / pseudoinstrucțiuni cunoașteți pentru a introduce valoarea zecimală 21 în registrul \$s1?
- *Răspuns:* Exemple sunt instrucțiunea `ori` (sau logic pe biți cu valoare imediată) sau pseudoinstrucțiunea `li` (load immediate):

```
[00400010] 34110015  ori $17, $0, 21           ; 8: li $s1,21
[00400014] 34110015  ori $17, $0, 21           ; 9: ori $s1, $0, 21
[00400018] 3402000a  ori $2, $0, 10          ; 10: li $v0,10
[0040001c] 0000000c  syscall                 ; 11: syscall
```

- *Întrebare:* Ce valoare este vizualizată în simulator în registrul \$s1 după execuție? De ce?
- *Răspuns:* Valoarea 0x15, reprezentarea în hexazecimal a lui 21.

Sistemul hexazecimal

➤ *Întrebare:* Care este reprezentarea lui 65 în hexazecimal (bază 16)?

➤ *Răspuns:* $65 = 0x41$

$$\begin{array}{rcccc} & \dots & \mathbf{256} \ (16^2) & \mathbf{16} \ (16^1) & \mathbf{1} \ (16^0) \\ \mathbf{65} = & & & +4 \times 16 & +1 \times 1 \\ & & \mathbf{0} & \mathbf{4} & \mathbf{1} \Rightarrow \mathbf{23} = \mathbf{0x41} \end{array}$$

➤ *Întrebare:* Care este reprezentarea lui 0x65 în zecimal (bază 10)?

➤ *Răspuns:* $0x65 = 101$

$$\begin{array}{rcccc} & \dots & \mathbf{256} \ (16^2) & \mathbf{16} \ (16^1) & \mathbf{1} \ (16^0) \\ \mathbf{0x65} = & & & \mathbf{96} & \mathbf{5} \Rightarrow \mathbf{0x65=101} \\ & & & +6 \times 16 & +5 \times 1 \end{array}$$

MIPS32

- *Întrebare:* Ce instrucțiuni / pseudoinstrucțiuni cunoașteți pentru a introduce valoarea hexazecimală 65 în registrul \$s1?
- *Răspuns:* Exemple sunt instrucțiunea `ori` (sau logic pe biți cu valoare imediată) sau pseudoinstrucțiunea `li` (load immediate):

```
[00400000] 34110065  ori $17, $0, 101           ; 8: li $s1,0x65
[00400004] 34110065  ori $17, $0, 101           ; 9: ori $s1, $0, 0x65
[00400008] 3402000a  ori $2, $0, 10           ; 10: li $v0,10
[0040000c] 0000000c  syscall                  ; 11: syscall
```

- Un număr în baza 16 se reprezintă prin **0x** înaintea valorii

Reprezentarea în calculator

- *Întrebare:* Câte numere se pot scrie pe 32 de biți?
- *Răspuns:* 2^{32}
- *Întrebare:* Câte numere se pot scrie pe n biți?
- *Răspuns:* 2^n , demonstrat imediat prin inducție. Intuitiv:
 - ✓ Pentru $n = 1$, sunt 2 numere (0 și 1).
 - ✓ Apoi, pentru fiecare bit adăugat, se dublează numărul anterior de numere pentru că acesta poate fi 0 sau 1.

0	<nr. de la pasul anterior>
1	<nr. de la pasul anterior>

0
1

0	0
1	0
0	1
1	1

0	00
1	00
0	01
1	01
0	10
1	10
0	11
1	11

...

Reprezentarea în calculator

- *Întrebare:* Care sunt numerele naturale care se pot scrie pe 32 de biți (considerăm deci ca numerele sunt toate pozitive)?
- *Răspuns:* $(0; 2^{32}-1)$
- Numerele întregi necesită și reprezentarea numerelor negative (în *complement față de doi*)
- Prin reprezentarea în complement față de 2 pe 32 de biți se pot reprezenta numerele din intervalul $(-2^{31}; 2^{31}-1)$
- Terminologie:
 - ✓ numere *fară semn (unsigned)*
 - ✓ numere *cu semn (signed)*

Tipuri de date în C

- Limitele pentru tipurile de date din C sunt date de utilizarea bitului de semn în reprezentarea în complement față de 2:

Tip de date	Bytes	Alte denumiri	Interval de valori
int	4	signed	$(-2^{31}, 2^{31} - 1)$ (-2 147 483 648 ; 2147 483 647)
unsigned int	4	unsigned	$(0; 2^{32} - 1)$ (0; 4 294 967 295)
short	2	short int, signed short int	$(-2^{15}; 2^{15} - 1)$ (-32 768; 32 767)
unsigned short	2	unsigned short int	$(0; 2^{16} - 1)$ (0; 65 535)

MIPS32

- În funcție de instrucțiune, numerele sunt considerate:
 - ✓ *fară semn (unsigned)* – MIPS32: primesc sufixul **u** (ex. `addu`, `subu`)
 - ✓ *cu semn (signed)* – MIPS32: nu sunt sufixate în MIPS (ex. `add`, `sub`)

```
addu $t1, $t2, $t3
subu $t4, $t5, $t6
```

Numerele din regiștrii sunt considerate **fără semn**

```
add $t1, $t2, $t3
sub $t4, $t5, $t6
```

Numerele din regiștrii sunt considerate **cu semn**

Reprezentarea în complement față de 2

$$0111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111_{(2)} = 2\ 147\ 483\ 647\ (2^{31} - 1)$$

$$0111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1110_{(2)} = 2\ 147\ 483\ 646$$

...

$$0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001_{(2)} = 1$$

$$0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_{(2)} = 0$$

$$1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111_{(2)} = -1$$

$$1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1110_{(2)} = -2$$

...

$$1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001_{(2)} = -2\ 147\ 483\ 647$$

$$1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_{(2)} = -2\ 147\ 483\ 648\ (-2^{31})$$

➤ Valoarea numerelor în zecimal se obține aplicând formula:

$$b_{31} \cdot (-2^{31}) + b_{30} \cdot 2^{30} + b_{29} \cdot 2^{29} + \dots + b_0 \cdot 2^0$$

Reprezentarea în complement față de 2

$$0111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111_{(2)} = 2\ 147\ 483\ 647\ (2^{31} - 1)$$

$$0111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1110_{(2)} = 2\ 147\ 483\ 646$$

... ..

$$0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001_{(2)} = 1$$

$$0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_{(2)} = 0$$

$$1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111_{(2)} = -1$$

$$1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1110_{(2)} = -2$$

... ..

$$1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001_{(2)} = -2\ 147\ 483\ 647$$

$$1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_{(2)} = -2\ 147\ 483\ 648\ (-2^{31})$$

➤ Observați că msb (b31) este:

✓ **0** pentru numerele pozitive

✓ **1** pentru numerele negative

De aceea msb se numește *bit de semn*

Reprezentarea în complement față de 2

- *Pas 1:* Se reprezintă numărul (considerat fără semn) pe 31 de biți și se setează $msb = 0$ (dacă numărul este pozitiv) sau $msb = 1$ (dacă numărul este negativ)
- *Pas 2:* Dacă $msb = 1$, atunci se complementează toți biții cu excepția bitului de semn
- *Pas 3:* Dacă $msb = 1$, atunci se adaugă 1

Atenție! Pașii 2 și 3 se aplică numai pentru numerele negative

Reprezentarea în complement față de 2

Exemplificăm reprezentarea în complement față de 2 a lui -1:

- *Pas 1:* Se reprezintă numărul (considerat fără semn) pe 31 de biți și se setează msb = 0 (dacă numărul este pozitiv) sau msb = 1 (dacă numărul este negativ)

1000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001

- *Pas 2:* Dacă msb = 1, atunci se complementează toți biții cu excepția bitului de semn

1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110

- *Pas 3:* Dacă msb = 1, atunci se adaugă 1

1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111

Reprezentarea în complement față de 2

- De ce se folosește reprezentarea în complement față de 2?
 - ✓ Nu se folosește doar bitul de semn ca să se evite reprezentarea duplicată a lui 0 ca +0 și -0.
 - ✓ Pentru eficiența la scădere, care se rezumă la adunare cu numărul negativ; exemplu:

$$1 - 2 = 1 + (-2)$$

$$0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001_{(2)} = 1$$

$$1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1110_{(2)} = -2$$

$$1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111_{(2)} = -1$$

Negarea unui număr

Pentru negarea unui număr (i.e. valoarea absolută se păstrează, semnul se schimbă) se execută următorii pași:

- *Pas 1:* Se completează toți biții
- *Pas 2:* Se adaugă 1.

Negarea unui număr

Pentru negarea lui 4 (în -4) se execută următorii pași :

$$4 = 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0100_{(2)}$$

➤ *Pas 1:* Se completează toți biții

$$1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1011$$

➤ *Pas 2:* Se adaugă 1.

$$1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1100_{(2)} = -4$$

Utilizare: Adunarea și scăderea

- Adunarea numerelor se face în mod natural, pe biți, cu transport:

$$\begin{array}{r} 0111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1011\ + \\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001\ \end{array}$$

$$0111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1100$$

- Dacă se folosește reprezentarea în complement față de 2, scăderea se reduce la adunare cu numărul negat (-):

$$10 - 4 = 6$$

$$\begin{array}{r} 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1010\ + \\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1100\ \end{array}$$

$$0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0110$$

Extensia numărului de biți

Pentru extensia numărului de biți din reprezentare:

- *Pas 1:* Se copiază bitul de semn (msb) pe noile poziții (cei mai semnificativi biți)

Extensia numărului de biți

Pentru extensia lui 4 reprezentat pe 16 biți în reprezentare pe 32 de biți:

$$4 = 0000\ 0000\ 0000\ 0100_{(2)}$$

- *Pas 1:* Se copiază bitul de semn (msb) pe noile poziții (cei mai semnificativi biți); în cazul de față msb = 0, iar biții adăugați sunt marcați cu albastru

$$4 = 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0100_{(2)}$$

Extensia numărului de biți

Pentru extensia lui -4 reprezentat pe 16 biți în reprezentare pe 32 de biți:

$$-4 = 1111\ 1111\ 1111\ 1100_{(2)}$$

- *Pas 1:* Se copiază bitul de semn (msb) pe noile poziții (cei mai semnificativi biți); în cazul de față msb = 0, iar biții adăugați sunt marcați cu albastru

$$-4 = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1100_{(2)}$$

Utilizare: Instrucțiuni cu valoare imediată

- O *valoare imediată* este o valoare care se specifică direct în instrucțiune
- În exemplele de mai jos, 7 și 0x2a sunt valori imediate reprezentate pe **16 biți** :

[vom analiza mai detaliat cât studiem formatul instrucțiunilor]

<code>addi \$t1,\$t2,7</code>	Numerele din regiștrii sunt considerate cu semn
<code>addi \$t1,\$t1,0x2a</code>	

<code>addiu \$t1,\$t2,7</code>	Numerele din regiștrii sunt considerate fără semn
<code>addiu \$t1,\$t1,0x2a</code>	

- Pentru a se putea efectua adunarea, valorile imediate sunt extinse de la 16 la 32 de biți (dimensiunea regiștrilor generali)

MIPS32

- Există posibilitatea ca rezultatul unei adunări sau scăderi să fie prea mare, respectiv prea mic pentru a putea fi reprezentat în registrul destinație
- *Întrebare:* Care dintre următoarele secvențe de cod presupune depășirea dimensiunii (*overflow*)?

```
li $t2, 0x7fffffff  
li $t3, 0x00000001  
add $t0, $t2, $t3
```

```
li $t2, 0x7fffffff  
li $t3, 0x00000001  
addu $t1, $t2, $t3
```

- *Răspuns:* Prima secvență de instrucțiuni, pentru că suma 0x80000000 este considerată număr negativ într-o instrucțiune de tip `add` (dar număr pozitiv într-o instrucțiune de tip `addu`)

MIPS32

- În caz de overflow:
 - ✓ `add, addi, sub` produc excepții
 - ✓ `addu, addiu, subu` nu produc excepții, ci trunchiază rezultatul
- O *excepție* este un eveniment neașteptat care întrerupe execuția programului
- Registrul special **EPC** conține adresa instrucțiunii care a generat excepția
[mai multe info la laborator]

Reprezentarea în virgulă mobilă

- Numerele reale se reprezintă cu virgulă:

$$\pi = 3.141592 \dots$$

- Același număr poate fi scris în multiple forme, în funcție de puterile lui 10:

$$\pi = 0.3141592 \dots \cdot 10 = 0.03141592 \dots \cdot 10^2 = 31.41592 \dots \cdot 10^{-1}$$

- De aici denumirea de *virgulă mobilă*

- *Notăția științifică (normalizată)* este cea cu un singur digit nenul în stânga virgulei

$$523000 = 5.23 \cdot 10^5 = 5.23e + 5$$

$$10^{1000} = 1 \cdot 10^{1000} = 1e + 1000$$

$$-0.523 = -5.23 \cdot 10^{-1} = -5e - 1$$

Reprezentarea în virgulă mobilă

- Pentru calculator, vom utiliza puterile lui 2, deci un număr în virgulă mobilă va avea forma:

$$1.f \cdot 2^e$$

- Terminologie:

- ✓ f se numește *mantisă*
- ✓ e se numește *exponent*

- Reprezentarea în virgulă mobilă pe 32 de biți (*IEEE 754*) folosește:

- ✓ **1** bit pentru semn
- ✓ **8** biți pentru exponent ($e + 127$)
- ✓ **23** de biți pentru mantisă

[<http://grouper.ieee.org/groups/75>]

b31	b30	b29	...	b23	b22	b21	b20	b19	...	b1	b0
semn	exponent ($e + 127$)				mantisă						

Reprezentarea în virgulă mobilă

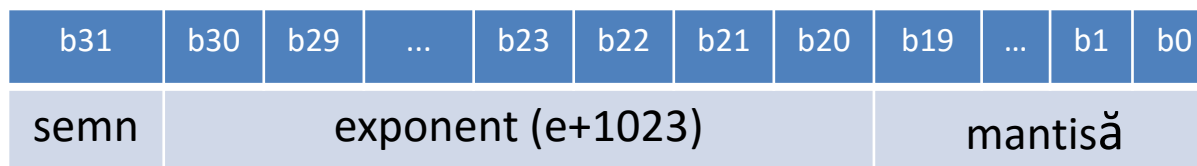
- Pentru reprezentarea în virgulă mobilă avem nevoie de reprezentarea numerelor reale (a mantisei) pe biți
 - ✓ **1** bit pentru semn
 - ✓ **8** biți pentru exponent (e + 127)
 - ✓ **23** de biți pentru mantisă

$$-0.75 = -\frac{3}{4} = -3 \cdot 2^{-2} = -0.11_{(2)} = -1.1 \cdot 2^{-1}$$

b31	b30	...	b23	b22	...	b0
1	01111110			100000000000000000000000		

Reprezentarea în virgulă mobilă în dublă precizie

- Reprezentarea în virgulă mobilă în dublă precizie pe 64 de biți (*IEEE 754*) folosește:
 - ✓ **1** bit pentru semn
 - ✓ **11** biți pentru exponent ($e + 1023$)
 - ✓ **20 + 32** de biți pentru mantisă



Reprezentarea în virgulă mobilă în dublă precizie

- Reprezentarea în virgulă mobilă în dublă precizie pe 64 de biți folosește:
 - ✓ **1** bit pentru semn
 - ✓ **11** biți pentru exponent (e + 1023)
 - ✓ **20 + 32** de biți pentru mantisă

$$-0.75 = -\frac{3}{4} = -3 \cdot 2^{-2} = -0.11_{(2)} = -1.1 \cdot 2^{-1}$$

b31	b30	...	b20	b19	...	b0
1	01111111110			10000000000000000000		

b31	...	b0
00000000000000000000000000000000		

Reprezentarea numerelor reale

Algoritm: Algoritmul presupune conversiile separată a părții întregi și a celei fracționare, urmate de combinarea rezultatelor.

Partea întreagă se convertește în baza b conform numerelor întregi. Pentru convertirea părții fracționare se folosește următoarea observație:

$$\text{Fie } x = 0, y_1 y_2 y_3 \dots (b) = \frac{y_1}{b} + \frac{y_2}{b^2} + \frac{y_3}{b^3} + \dots$$

$$\text{Atunci } x \cdot b = y_1 + \frac{y_2}{b} + \frac{y_3}{b^2} + \dots$$

$$\text{Deci: } [x \cdot b] = y_1 \text{ și } \{x \cdot b\} = \frac{y_2}{b} + \frac{y_3}{b^2} + \dots$$

$$\text{Fie } x_1 = \frac{y_2}{b} + \frac{y_3}{b^2} + \dots$$

$$\text{Atunci } x_1 \cdot b = y_2 + \frac{y_3}{b} + \dots$$

$$\text{Deci: } [x_1 \cdot b] = y_2 \text{ și } \{x_1 \cdot b\} = \frac{y_3}{b} + \dots$$

Se continuă raționamentul până când partea fracționară devine 0 sau până când se obține numărul de zecimale dorit.

Reprezentarea în virgulă mobilă

Ex.: Reprezentarea în simplă precizie a lui $N = 228,15$
 $228_{(10)} = 128 + 64 + 32 + 4 = 11100100_{(2)}$.

$0,15_{(10)} =$

$0,15 \cdot 2 = 0,3 \Rightarrow [0,3] = 0$ și $\{0,3\} = 0,3$;

$0,3 \cdot 2 = 0,6 \Rightarrow [0,6] = 0$ și $\{0,6\} = 0,6$;

$0,6 \cdot 2 = 1,2 \Rightarrow [1,2] = 1$ și $\{1,2\} = 0,2$;

$0,2 \cdot 2 = 0,4 \Rightarrow [0,4] = 0$ și $\{0,4\} = 0,4$;

$0,4 \cdot 2 = 0,8 \Rightarrow [0,8] = 0$ și $\{0,8\} = 0,8$;

$0,8 \cdot 2 = 1,6 \Rightarrow [1,6] = 1$ și $\{1,6\} = 0,6$;

STOP fiindcă se repetă partea fracționară.

Deci, $N = 228,15_{(10)} = 11100100,00100110011001\dots_{(2)}$

$= 1,110010000100110011001\dots \cdot 2^7$

Atunci, $C = 127 + e = 127 + 7 = 134 + (10) = 128 + 4 + 2 = 10000110_{(2)}$

Reprezentarea lui $N=228,15$ în simpla precizie devine:

0	10000110	110010000100110011001...
S	$C = e+127$	f

Reprezentarea în virgulă mobilă în dublă precizie

Ex.: Reprezentarea în dublă precizie a lui $N = -228,15$

Conform ex. precedent:

$$|N| = 11100100,00100110011001\dots_{(2)} = 1,110010000100110011001\dots \cdot 2^7$$

$$\text{Atunci, } C = 1023+e = 1023+7 = 1030_{(10)} = 1024+4+2 = 10000000110_{(2)}$$

Reprezentarea lui $N=228,15$ în dubla precizie devine:

1	10000000110	110010000100110011001...
S	$C = e+1023$	f

Tipuri de date în C

- Limitele pentru tipurile de date din C sunt conforme cu reprezentarea în virgulă mobilă:

Tip de date	Bytes	Ordin de mărime
float	4	$2^{\pm 128} = 3.4e \pm 38$
double	8	$2^{1024} = 1.7e \pm 308$

Reprezentarea în virgulă mobilă

- Se pot întâlni 2 tipuri de excepții:
 - ✓ *Overflow* : exponentul este prea mare pentru a fi reprezentat pe 8 biți (când exponentul este pozitiv, deci numărul care se reprezintă este foarte mic)
 - ✓ *Underflow* : exponentul este prea mic pentru a fi reprezentat pe 8 biți (când exponentul este negativ, deci numărul care se reprezintă este foarte mic)

Reprezentarea în virgulă mobilă

➤ Valori speciale:

NaN = Not a Number

QNaN = Quiet NaN

SNaN = Signalling NaN

(semnalizează o excepție)

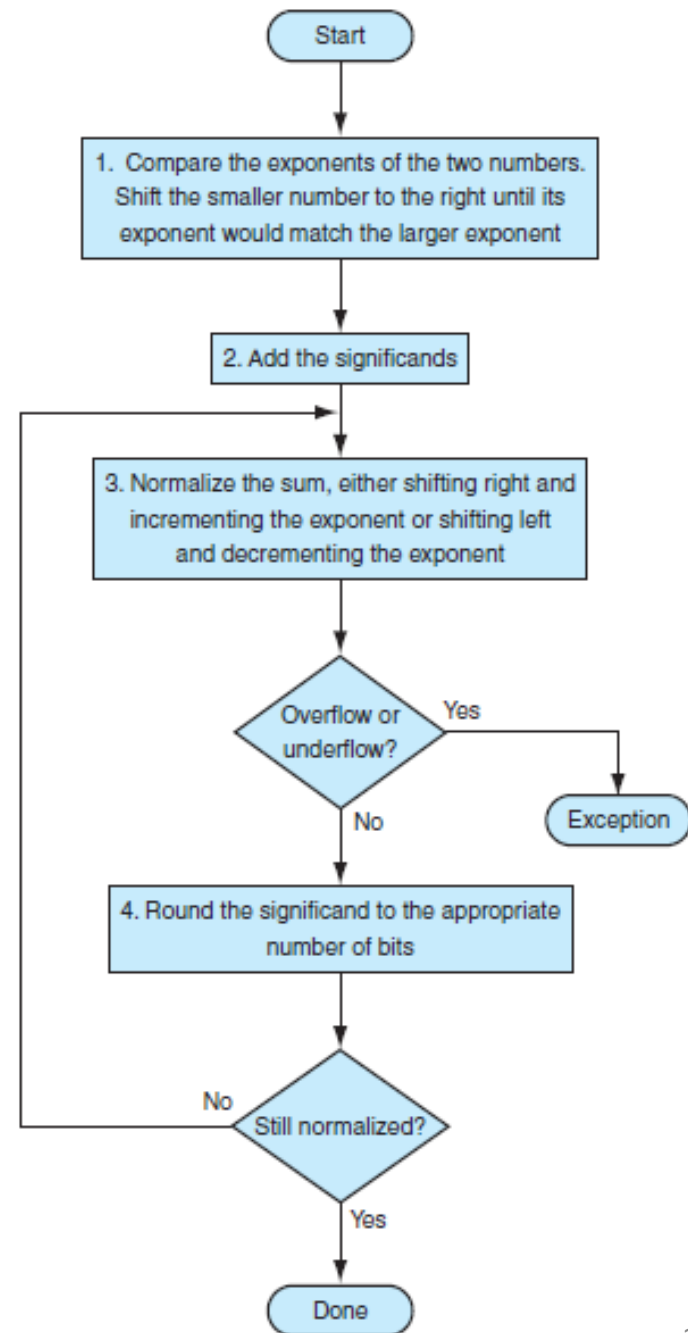
semn	exponent	mantisa	valoare
0	00...00	00...00	+0
1	00...00	00...00	-0
0	11...11	00...00	+Infinit
1	11...11	00...00	-Infinit
0	11...11	00...01 ⋮ 01...11	SNaN
1	11...11	00...01 ⋮ 01...11	SNaN
0	11...11	10...00 ⋮ 11...11	QNaN
1	11...11	10...00 ⋮ 11.11	QNaN

Reprezentarea în virgulă mobilă

➤ Operații speciale:

Operatie	Rezultat
$n \div \pm\text{Infinit}$	0
$\pm\text{Infinit} \times \pm\text{Infinit}$	$\pm\text{Infinit}$
$\pm\text{nonzero} \div 0$	$\pm\text{Infinit}$
$\text{Infinit} + \text{Infinit}$	Infinit
$\pm 0 \div \pm 0$	NaN
$\text{Infinit} - \text{Infinit}$	NaN
$\pm\text{Infinit} \div \pm\text{Infinit}$	NaN
$\pm\text{Infinit} \times 0$	NaN

Adunarea în virgulă mobilă



[D. Patterson and J. Hennessy, Computer Organisation and Design]

Adunarea în virgulă mobilă

➤ *Întrebare:* Adunați în virgulă mobilă numerele 0.5 și -0.4375

➤ *Răspuns:* Se reprezintă în virgulă mobilă cele 2 numere:

$$0.5 = \frac{1}{2} = 2^{-1} = 2^{-1} = 1 \cdot 2^{-1}_{(2)}$$

$$-0.4375 = -\frac{7}{16} = 7 \cdot 2^{-4} = -0.0111_{(2)} = -1.11 \cdot 2^{-2}_{(2)}$$

✓ *Pas 1:* Se aduc ambii operanzi la exponentul maxim (-1)

$$\begin{array}{r} 1 \cdot 2^{-1}_{(2)} \\ -1.11 \cdot 2^{-2}_{(2)} = -0.111 \cdot 2^{-1}_{(2)} \end{array}$$

✓ *Pas 2:* Se adună mantisele

$$1 \cdot 2^{-1}_{(2)} + (-1.11 \cdot 2^{-2})_{(2)} = (1 - 0.111) \cdot 2^{-1}_{(2)} = 0.001 \cdot 2^{-1}_{(2)}$$

Adunarea în virgulă mobilă

✓ *Pas 3:* Se normalizează

$$0.001 \cdot 2^{-1}_{(2)} = 1 \cdot 2^{-4}_{(2)}$$

✓ *Decizie:* $127 + (-4) = 123$ se poate reprezenta

b31	b30	...	b23	b22	...	b0
0	01111011		000000000000000000000000			

✓ *Verificare:*

$$1 \cdot 2^{-4}_{(2)} = \frac{1}{16} = 0.0625$$

$$0.5 - 0.4375 = 0.0625$$